



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

обов'язкового освітнього компонента

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	01 Освіта / Педагогіка
Спеціальність	014.04 Середня освіта (Математика)
Освітня програма	Середня освіта. Математика
Форма навчання	Денна
Розробник (викладач)	Ханін Олександр Григорович, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: hanin.alex@vnu.edu.ua
Програма навчальної дисципліни	Програма навчальної дисципліни розміщена на сторінці кафедри математичного аналізу та статистики на офіційному сайті ВНУ імені Лесі Українки
Семестр, курс	6 семестр, III курс
Обсяг дисципліни	Загальний обсяг: 4 кредитів / 120 годин. Аудиторних годин: 68; з них: лекцій – 34 год., практичних – 34 год. Консультацій – 8 год. Самостійної роботи - 44 години.
Форма контролю	Екзамен
Час занять	Тижневих годин: 4 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi?n=700 Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація дисципліни	Випадковість так само, як і закономірність, є невід'ємною складовою оточуючого нас світу. Теорія ймовірностей представляє собою математичний апарат для вивчення математичних моделей, які відображають явища та процеси реального світу, що містять елементи випадковості. Методи теорії ймовірностей слугують фундаментом для вивчення математичної статистики та застосовуються для аналізу випадкових явищ та процесів у самих різноманітних сферах: від освіти, медицини, психології, соціології до техніки, економіки, фінансів та бізнесу. У шкільному курсі математики також вивчаються елементи теорії ймовірностей. Тому оволодіння цим курсом, як складової математичної освіти бакалавра зі спеціальності «Середня освіта. Математика», представляється вельми актуальним.
Пререквізити дисципліни	Основи теорії множин та елементи математичної логіки, що вивчаються в курсі «Дискретна математика»; поняття комплексного числа та його представлення, загальні рівняння прямих, кривих та площин, що вивчаються в курсі «Аналітична геометрія»; дії над матрицями, поняття та властивості визначників, що вивчаються у курсі «Лінійна алгебра»; поняття функції однієї та багатьох змінних, границь, похідної, часткової похідної, інтегралів та кратних інтегралів,

	числових та функціональних рядів, що вивчаються у курсі «Математичний аналіз».
Постреквізити дисципліни	Слугує фундаментом для вивчення обов'язкового освітнього компонента «Математична статистика».
Мета вивчення дисципліни	Формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; навичок побудови та дослідження імовірнісних математичних моделей тих явищ, у яких фактор випадковості відіграє істотну роль, з метою отримання інформації для виявлення важливих закономірностей та побудови надійних прогнозів; формування математичних компетенцій для викладання відповідних розділів курсу математики у середній та старшій школі; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці; формування таких загальних та спеціальних компетентностей: ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях. ЗК2. Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності. ЗК3. Здатність спілкуватися державною мовою в професійній діяльності як усно, так і письмово, комунікувати іноземною мовою за предметною спеціальністю. ЗК4. Здатність орієнтуватися в інформаційному просторі, здійснювати пошук, аналіз та обробку інформації з різних джерел, ефективно використовувати цифрові ресурси та технології в освітньому процесі. ФК1. Здатність перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмета. ФК2. Здатність забезпечувати навчання учнів державною мовою; формувати та розвивати їх мовно-комунікативні уміння і навички в області предметної спеціальності. ПК1. Здатність до реалізації усіх етапів математичного моделювання явищ, процесів та систем, до здійснення базових перетворень математичних моделей з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання. ПК2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі. ПК3. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; здатність конструювати формальні доведення з аксіом та раніше доведених тверджень і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних ПК5. Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

	ПК7. Здатність діяти за заданими базовими математичними алгоритмами, здійснювати їх вибір і застосування; набувати поглиблені когнітивні та практичні уміння і навички необхідні для конструювання алгоритмів, описання способів розв'язання математичних задач у вигляді алгоритмічного припису.
Результати навчання	Вивчення теорії ймовірностей сприяє тому, що здобувачі будуть: РН2. Демонструє вміння навчати учнів державною мовою; формувати та розвивати їх мовно-комунікативні уміння і навички засобами навчального предмету та інтегрованого навчання. РН7. Демонструє знання основ фундаментальних і прикладних наук (відповідно до предметної спеціальності), оперує базовими категоріями та поняттями предметної області спеціальності. РН8. Генерує обґрунтовані думки в галузі професійних знань як для фахівців, так і для широкого загалу державною та іноземною мовами. РН9. Застосовує сучасні інформаційно-комунікаційні та цифрові технології у професійній діяльності. РН10. Демонструє володіння сучасними технологіями пошуку наукової інформації для самоосвіти та застосування її у професійній діяльності. ПРН2. Демонструє знання фундаментальної математики на рівні теоретичних основ і застосовує методи алгебри, математичного аналізу, дискретної математики, аналітичної та диференціальної геометрії, топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей і математичної статистики, теорії функцій комплексної змінної для досягнення інших результатів освітньої програми. ПРН3. Називає принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовує умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень. ПРН6. Називає і описує суть методів математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів. ПРН9. Знаходить потрібну науково-технічну інформацію у спеціальній науковій і методичній літературі, базах даних та інших джерелах інформації, зокрема іноземною мовою. ПРН10. Вибирає математичні методи розв'язування задач, враховує умови виконання математичних тверджень, коректно проектує умови та твердження на нові класи об'єктів, аналізує і упорядковує відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

Структура освітнього компонента

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	у тому числі				
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	*Форма контролю/ Бали
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль І. Випадкові події та випадкові величини						
ТЕМА 1. Ймовірнісні простори. Простір елементарних подій. Алгебра подій. Аксиоми теорії ймовірностей. Класичне означення ймовірності. Геометричні ймовірності. Умовні ймовірності, незалежні події. Формула повної ймовірності і формули Байєса.	25	8	8	1	8	УО, ДС, РЗ/5
ТЕМА 2. Послідовності незалежних випробувань. Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Поліноміальна схема. Теореми Муавра-Лапласа і Пуассона.	9	2	2	1	4	УО, ДС, РЗ/3
ТЕМА 3. Випадкові величини і функції розподілу. Означення випадкової величини і функції розподілу. Дискретні і неперервні випадкові величини і їх розподіли. n -вимірні випадкові величини. Незалежність випадкових величин. Функції від випадкових величин.	21	6	6	1	8	УО, ДС, РЗ/5
ТЕМА 4. Числові характеристики випадкових величин Математичне сподівання і дисперсія випадкової величини, їх властивості. Моменти різних порядків і інші числові характеристики випадкової величини. Числові характеристики n – вимірних	25	8	8	1	8	УО, ДС, РЗ/6

випадкових величин. Кореляція. Коефіцієнт кореляції. Умовні розподіли і умовні математичні сподівання. Розв'язання задач із теорії ймовірностей з курсу математики старшої школи.						
Модульна контрольна робота 1						30
Разом за змістовним модулем I	80	24	24	4	28	49
Змістовий модуль II. Граничні теореми						
ТЕМА 5. Твірні (генератриси) та характеристичні функції Означення і властивості твірних і характеристичних функцій. Граничні теореми для твірних і характеристичних функцій.	22	6	6	2	8	УО, ДС, РЗ/5
ТЕМА 6. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема. Нерівність Чебишева. Збіжність за ймовірністю. Класичні теореми ЗВЧ. Нерівність Колмогорова. Збіжність з ймовірністю одиниця. Посилений ЗВЧ. Центральна гранична теорема для однаково розподілених доданків. Теорема Ляпунова. Теорема Хінчина.	18	4	4	2	8	УО, ДС, РЗ/6
Модульна контрольна робота 2						30
Разом за змістовним модулем II	40	10	10	4	16	41
ІНДЗ						10
Всього годин	120	34	34	8	44	100

Форма контролю*: РЗ/К – розв'язування задач / кейсів, ДС – дискусія, ІНДЗ – індивідуальне завдання, УО – усне опитування.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів включає в себе:

Опрацювання лекційного матеріалу. Перевірка здійснюється під час практичних занять.	6 год
Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань. Перевірка здійснюється під час практичних занять.	10 год
Систематизація вивченого матеріалу перед контрольними заходами, тестуванням. Перевірка здійснюється під час контрольних заходів, тестування.	4 год
Виконання ІНДЗ	24 год
Всього	44 год

Приклади задач, які входять до ІНДЗ
(ІНДЗ включає 5 завдань)

1. Класичне означення ймовірності

1. Серед 25 фірм, з яких 10 українських, а інші російські, розігрується 5 урядових контрактів. Вважається, що кожна фірма має рівні шанси на отримання контракту. Знайти ймовірність того, що принаймні дві українські фірми виграють контракт.

2. У фірмі 10 співробітників (6 чоловіків і 4 жінки) претендують на заміщення трьох вакансій. Вважають, що всі кандидатури мають рівні шанси на зайняття цих вакансій. Знайти ймовірність того, що жінки не займуть жодної вакансії.

3. У групі з 12 бізнесменів тільки 8 мають досвід роботи у запропонованій новій галузі. Для проекту потрібно відібрати 4 особи. За припущення, що відбір претендентів проводять навмання, знайти ймовірність того, що в команду з чотирьох чоловік потраплять всі, хто має досвід роботи.

4. Комплект містить 7 виробів першого сорту, 6 - другого сорту і 2 вироби - третього сорту. Навмання обирають 5 виробів. Знайти ймовірність того, що серед них не виявиться виробів третього сорту.

5. Із 15 рейсів, що виконуються з аеропорту протягом доби, 60 % рейсів виконуються на власному літаковому парку. Знайти ймовірність того, що з вибраних навмання 5 рейсів рівно 3 виконуються на власному парку.

6. 12 виробів, серед яких 4 нестандартних, випадковим способом розбиваються на дві рівні партії. Знайти ймовірності того, що: а) у кожній партії буде рівна кількість нестандартних виробів; б) усі нестандартні вироби будуть в одній партії.

7. У конкурсі газети бере участь 12 чоловіків та 8 жінок. Є два призових місця. За припущення, що відбір претендентів ведуть навмання, яка ймовірність того, що обидва місця займуть жінки?

8. З 10 літаків, що прибувають в аеропорт протягом доби, 80 % мають повне комерційне завантаження. Знайти ймовірність того, що серед п'яти випадковим способом узятих літаків тільки 4 мають повне завантаження.

9. В авіакасі було 15 квитків, серед яких 6 квитків до пункту А. До кінця зміни продано 8 квитків. Знайти ймовірність того, що в касі не залишилося квитків до пункту А, якщо ймовірність продажу кожного квитка однакова.

10. Партія з 30 виробів містить 10 % браку. Знайти ймовірність того, що серед 7 виробів, узятих випадково: а) тільки 2 бракованих; б) жодного бракованого.

2. Геометричні ймовірності

1. До авіакаси у випадковий час у межах 10 хв звернулось 2 пасажери. Обслуговування одного пасажера триває 2 хв. Знайти ймовірність того, що пасажир, який звернувся другим, буде вимушений зачекати.
2. Стрижень довжини L навантаження розламаний на 3 частини. Знайти ймовірність, що довжина кожної частини буде більшою за $L/4$.
3. Два літаки прибувають у зону аеропорту у випадковий час між 12:00 і 12:30. Знайти ймовірність того, що літак, який прибув другим, не буде вимушений чекати дозволу на посадку, якщо чергову посадку можна здійснювати не раніше, ніж за 10 хв після попередньої.
4. У рівнобедреному трикутнику з бічною стороною 5 см та кутом при вершині 120° довільно розміщено квадрат зі стороною 1,5 см. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника лежатиме в квадраті.
5. На відрізку довжиною 15 см випадково поставлено дві точки. Знайти ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищує 7 см.
6. Відстань між пунктами M і N літак долає за 1 год, а потяг - за 18 год. Потяг у випадковий час протягом доби вирушає з пункту M до N . Знайти ймовірність того, що черговий літак прибуде до пункту N раніше від потяга, якщо між M і N виконується за розкладом один рейс літака щодоби.
7. У ромбі зі стороною 5 см та гострим кутом 60° лежить прямокутник зі сторонами 2 та 3 см. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана у ромбі точка лежатиме і в прямокутнику.
8. З проміжку $[0,1]$ випадковим способом вибирають два дійсних числа. Знайти ймовірність того, що їх сума не більша одиниці, а добуток не перевищує $2/9$.
9. Кожне з двох дійсних додатних чисел не більше 4. Знайти ймовірність того, що їх добуток також буде не більше 4.

3. Ймовірності суми та добутку подій

1. Фірма має можливість отримати два контракти. Ймовірність отримання першого контракту дорівнює 0,9, а другого - 0,8. Вважаючи ці події незалежними, знайти ймовірності подій: а) фірма отримає обидва контракти; б) фірма отримає принаймні один контракт.
2. Надійність лінії зв'язку між об'єктами (ймовірність безвідмовної роботи протягом певного часу) дорівнює 0,75. Для підвищення якості зв'язку встановлено резервну лінію надійністю 0,65. Визначити надійність зв'язку з резервною лінією.
3. Через метеорологічні умови літак було відправлено на запасний аеродром, під час наближення до якого у баках літака залишалося палива на 3 заходи на посадку. Ймовірність посадки літака за першого заходу дорівнює 0,8, за другого - 0,95, за третього - 0,995. Знайти ймовірність вдалої посадки літака.
4. Є 8 кандидатів на отримання роботи. Серед них є люди з відповідною кваліфікацією (подія А) і люди, що закінчили Видавничо-поліграфічний інститут (подія В), та інші. Їх кількості подано в таблиці.

	A	$\bar{A}$	Усього
B	1	3	4
$\bar{B}$	2	2	4
Усього	3	5	8

Усі кандидати мають рівні шанси на отримання роботи. Знайти ймовірність того, що роботу отримає людина без кваліфікації, або яка закінчила Видавничо-поліграфічний інститут.

5. Імовірність виготовлення виробу вищого сорту на першому верстаті становить 0,7, на другому - 0,8. На першому верстаті виготовлено 2 вироби, на другому - 3. Знайти ймовірність того, що всі вироби належать до вищого сорту.

6. Відомо, що в деякому регіоні 40 % компаній мають у штаті юриста і 80 % компаній мають у штаті економіста. Вважаємо, що ці дві події незалежні. Знайти ймовірність того, що фірма має в штаті економіста і юриста.

7. Є два ринки цінних паперів. Інвестиційна фірма направила на обидва ринки водночас 260 акцій різноманітної якості. У визначений день на першому ринку зросли ціни 197 акцій (подія A), а на другому ринку зросли ціни 191 акції (подія B). Одночасно на обох ринках зросли ціни 165 акцій. Інші акції не піднялися в ціні. Результати торгів наведено в таблиці.

	A	$\bar{A}$	Разом
B	165		191
$\bar{B}$			
Разом	197		260

Заповнити порожні місця в таблиці. Знайти ймовірність того, що зросла ціна акцій на першому ринку, якщо відомо, що зросла ціна акцій на другому ринку.

8. На фірмі опитано 100 службовців із метою вивчення стану транспортного обслуговування. Виявилося, що 70 осіб користуються метро (подія A). Іншими видами транспорту користуються 40 осіб (подія B), а 20 осіб одночасно користуються метро та іншими видами транспорту. Опитування занесено в таблицю.

	A	$\bar{A}$	Разом
B	20		40
$\bar{B}$			
Разом	70		100

9. На фірмі опитано 100 службовців із метою вивчення стану транспортного

обслуговування. Виявилося, що 70 осіб користуються метро (подія A).

Іншими видами транспорту користуються 40 осіб (подія B), а 20 осіб одночасно користуються метро та іншими видами транспорту. Опитування занесено в таблицю.

	A	$\bar{A}$	Разом
B	20		40
$\bar{B}$			
Разом	70		100

Заповнити порожні місця в таблиці. Знайти ймовірність того, що службовець користується метро або іншими видами транспорту.

10. Радіостанція аеропорту надсилає 3 повідомлення для літака. Імовірність підслуховування розвідувальним агентством першого повідомлення дорівнює 0,6; другого - 0,65; третього - 0,7. Знайти ймовірність того, що агентство підслухало: а) тільки два повідомлення; б) усі три повідомлення.

З опитаних бізнесменів 80 % віддають перевагу зберігання грошей у банку (подія A), 60 % вкладає гроші в цінні папери (подія B), 50 % одночасно тримають гроші в банку та вкладають у цінні папери. Результати опитування подано в таблиці.

11.

	A	$\bar{A}$	Разом
B	0,5		0,6
$\bar{B}$			
Разом	0,8		1

Заповнити таблицю до кінця. Знайти ймовірність того, що навання обраний бізнесмен тримає гроші в банку або у вигляді цінних паперів.

4. Формула повної ймовірності. Формула Байєса

1. Серед виробів, які випускаються заводом, 96 % відповідають стандарту. Спрощена схема контролю визнає доброякісною стандартну продукцію з ймовірністю 0,98 і нестандартну - з ймовірністю 0,05.

Знайти:

а) ймовірність того, що навання взятий виріб пройде спрощений контроль;
 б) за умови проходження спрощеного контролю ймовірність того, що він відповідає стандарту.

2. Інвестор вкладає свої гроші в акції без ризику, в акції допустимого ризику та акції

великого ризику в пропорціях: 10 %, 30 %, 60 %. Імовірність отримання прибутку від цих акцій становить 1, 0,75 та 0,6 відповідно. Знайти:

- а) імовірність того, що інвестор отримає прибуток;
- б) якщо інвестор отримав прибуток, то яка ймовірність того, що він отриманий від акцій без ризику?

3. Економічний факультет провів обстеження працевлаштування своїх випускників. Імовірність того, що людина, яка працює в сфері бізнесу та має прибуток вище N гривень становить 0,9, а поза сферою бізнесу - 0,3. З'ясовано, що 80 % випускників працюють у сфері бізнесу. Знайти:

- а) імовірність того, що навмання обраний випускник має прибуток вище N гривень;
- б) за умови отримання прибутку випускником більше N гривень яка ймовірність того, що він працює в сфері бізнесу?

4. Задачу розв'язують самостійно 2 відмінники, 3 посередні студенти та 5 студентів, що навчаються добре. Ймовірність розв'язання задачі відмінником дорівнює 0,9; студентом, який навчається добре, - 0,8 та посереднім - 0,5. До дошки навмання викликають одного зі студентів.

- 1) Знайти ймовірність того, що студент розв'язав задачу.
- 2) Викликаний студент розв'язав задачу. Знайти ймовірність того, що він: а) відмінник; б) студент із середнім рівнем успішності.

5. Податкові інспектори роблять перевірку діяльності підприємств. Перший інспектор обслуговує 40 підприємств, серед яких 25 % не мають заборгованостей, другий - 60 підприємств, із них 40 % без заборгованостей. Знайти ймовірність того, що навмання обране підприємство:

- а) не має заборгованості;
- б) підприємство, що не має заборгованості, перевіряв перший інспектор.

6. Фабрика виготовляє однотипну продукцію на трьох конвеєрних лініях, які мають однакову продуктивність. На першій лінії виробляється продукція тільки першого сорту, на другій лінії продукція першого сорту становить 90 %, а на третій - 85 %. Знайти ймовірність того, що:

- а) випадковим способом узятий виріб буде першосортним;
- б) випадково взятий виріб виявився першосортним і його виготовлено на третій лінії.

7. Менеджер з інвестицій передбачає три варіанти розвитку економічної ситуації на наступний рік: високе зростання, відсутність зростання та спад. Імовірності цих подій становить: 0,6; 0,3 та 0,1 відповідно. Очікується отримання прибутку з наявного активу. Імовірність отримання прибутку становить: випадок високого зростання - 0,8; випадок відсутності зростання - 0,6; випадок спаду - 0,1, знайти ймовірність того, що:

- а) буде отримано прибуток з наявного активу;
- б) цей прибуток з наявного активу отримано в умовах високого зростання економіки.

8. Авіатехнічний склад одержує від першого заводу в 4 рази більше агрегатів, ніж від

другого. Брак у продукції першого заводу становить 4 %, а другого - 8 %.

1) Знайти ймовірність того, що випадковим способом узятий агрегат виявиться бракованим;

2) Випадковим способом узятий агрегат виявився бракованим. На якому заводі він більш імовірно виготовлений?

9. Два робітники виготовили по однаковій кількості деталей. Брак продукції, виготовленої першим робітником, становить 5 %, а другим - 1 %, знайти ймовірність того, що:

- а) узята навмання деталь буде бракованою;
- б) бракована деталь виготовлена першим робітником.

10. На фабриці перша машина виробляє 40 %, а друга - 60 % усієї продукції. У середньому 9 з 1000 одиниць продукції, виготовленої першою машиною, виявляється браком, а для другої машини брак становить 2 одиниці на 500 одиниць продукції:

- а) знайти ймовірність браку продукції, виготовленої на фабриці;
- б) на якій з машин виготовлена більш імовірно певна одиниця продукції, обрана випадково із даної продукції фабрики, що виявилася браком.

5. Повторення незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Формула Муавра-Лапласа. Формула Пуассона

1. Серед великої кількості виробів, що знаходяться в комплекті, 30 % - нестандартні. Знайти ймовірності того, що серед 5 виробів, навмання взятих із комплекту, буде: а) тільки один нестандартний; б) принаймні один нестандартний.

2. Ймовірність того, що кожен клієнт, який звернувся в авіакасу, замовить квиток до аеропорту N дорівнює 0,1. Знайти ймовірності того, що із 100 клієнтів, що звернулись в касу, замовлять квиток до аеропорту N а) менше 15 осіб; б) 5 - 12 осіб; в) більше 20 осіб.

3. На біржі виставлено 10 цінних паперів. Ймовірність того, що вони подорожчають протягом одного дня, дорівнює 0,6. Знайти ймовірності того, що подорожчає: а) рівно 5 паперів; б) не більше, ніж 4 папери; в) 3 - 5 паперів.

4. Авіакомпанія виконує протягом місяця 400 рейсів. Ймовірність повного комерційного завантаження кожного рейсу дорівнює 0,8. Знайти ймовірності того, що протягом місяця з повним комерційним завантаженням буде виконано: а) не менше 300 рейсів; б) більша частина рейсів.

5. За статистичними даними у середньому 1 % пасажирів відмовляється від рейсу. Знайти ймовірності того, що з 300 пасажирів, які мають квитки на рейс, відмовляться від польоту: а) не більше 5 пасажирів; б) не менше 3 пасажирів.

6. Інвестор укладає договір на фондовій біржі. Ймовірність укладання однієї угоди за день дорівнює 0,7. Виходячи із припущення, що протягом 10 робочих днів укладається не більше

однієї угоди в день, знайти ймовірності таких подій: а) буде укладено 7 угод; б) буде укладено не менше 8 угод;
в) жодної угоди не буде укладено.

7. Кількість помилок у рахунках торгових підприємств становить 5 %. Аудитор перевіряє 10 навмання вибраних рахунків. Якщо не виявиться жодної помилки, то рахунки підприємства далі не перевірятимуть. Яка ймовірність того, що в 10 рахунках підприємства: а) не буде жодної помилки; б) буде 3 помилки; в) буде 3 - 5 помилок.

8. Телефонна станція обслуговує 2000 абонентів. Імовірність того, що будь-який абонент зателефонує на станцію протягом години, дорівнює 0,001. Знайти ймовірності того, що протягом години на телефонну станцію зателефонують: а) 5 абонентів; б) не більше 3 абонентів.

9. Імовірність того, що інвестиційний проект принесе через рік прибуток, дорівнює 0,8. Знайти ймовірності того, що із 15 інвестиційних проектів:
а) 10 проектів виявляться прибутковими; б) не менше 8 проектів виявляться прибутковими; в) 5 - 9 проектів будуть прибутковими.

10. Фабрика випускає 75 % продукції першого сорту. Знайти ймовірність того, що із 300 виробів, виготовлених фабрикою, кількість першосортних виробів буде: а) 250 виробів; б) 220 - 235; в) не більше 200.

6. Дискретні випадкові величини

1. Продавець морозива дійшов висновку, що рівень продажу залежить від погоди: сонячної, похмурої та холодної. Сонячні дні становлять 50 %, холодні - 10 %. Виторг від продажу морозива становить 290, 260 і 225 грн за день відповідно до стану погоди. Неповернені витрати на морозиво становлять 100 грн за день. Побудувати розподіл випадкової величини X - прибутку від продажу морозива та визначити її числові характеристики.

2. Цінні папери на біржі кожного дня можуть із ймовірністю 0,5 подорожчати на 10 %. Спостереження ведеться три дні. Початкова вартість цінних паперів 5 000 грн. Побудувати розподіл випадкової величини X - вартості цінних паперів, вважаючи її розподіленою за біномним законом та знайти її числові характеристики.

3. Огляд рахунків 500 інвесторів на фондовій біржі дав таку інформацію про кількість угод протягом 10 робочих днів:

Кількість угод	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість власників фінансових інструментів	136	98	84	76	38	28	14	10	10	3	3

Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості угод та визначити її числові характеристики.

4. Корпорація вкладає гроші у купівлю земельної ділянки вартістю 100 000 у. о., сподіваючись, що за два роки ціна на земельну ділянку зросте на q %. Є чотири прогнози зміни q % за два роки:

q, %	50	45	40	30
Імовірність	0,2	0,3	0,3	0,2

Побудувати розподіл випадкової величини X - вартості земельної ділянки за два роки та визначити її числові характеристики.

5. Продавець кафе встановив такий закон розподілу рівня продажів про- холоджувальних напоїв залежно від погоди:

	Сонячна	Похмура	Холодна
Сума продажів	150	100	40
Імовірність	0,3	0,5	0,2

Загальна собівартість напоїв становить 80 грн. Побудувати розподіл випадкової величини X - величини прибутку за один день та визначити її числові характеристики.

6. У рекламних цілях торгова фірма вкладає в кожну десятку одиницю товару приз вартістю 100 грн. Побудувати розподіл випадкової величини X - розміру виграшу за 5 покупок та знайти її числові характеристики.

7. Клієнти банку, які не зв'язані між собою, не повертають кредити в зазначений термін з імовірністю 0,1. Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості повернених кредитів із 5 виданих та знайти її числові характеристики.

8. Контрольна робота складається із трьох запитань. На кожне запитання запропоновано 4 відповіді, серед яких одна правильна. Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості правильних відповідей за простого вгадування та знайти її числові характеристики.

9. У білеті є три задачі. Ймовірність правильного розв'язання студентом першої задачі дорівнює 0,9; другої - 0,8; третьої - 0,7. Побудувати розподіл випадкової величини X - кількості правильно розв'язаних задач у білеті та знайти її числові характеристики.

10. Скласти закон розподілу випадкової величини X - кількості пакетів з трьох акцій, за якими власником буде отримано прибуток, якщо ймовірність отримання прибутку за кожним пакетом дорівнює 0,5; 0,6 та 0,7. Визначити числові характеристики випадкової величини X .

7. Система двох дискретних випадкових величин.

1. Фірма планує відкрити ще одне кафе. Для оптимального планування можливої кількості відвідувачів кафе протягом деякого часу аналітики фірми провели статистичне дослідження кількості відвідувачів й отриманого прибутку. У таблиці подано закон розподілу системи двох дискретних випадкових величин: X - кількість відвідувачів кафе за деякий час і Y - прибуток, який отримала фірма в умовних одиницях. Вважати, що k - номер варіанта.

Виконати такі завдання:

1) скласти закони розподілу одновимірних випадкових величин X та Y ;

$Y \backslash X$	k	$k + 2$	$k + 4$	$k + 6$
k	$0,002(35 - k)$	$0,002(k + 40)$	$0,002(70 - k)$	$0,002(k + 20)$
$k + 5$	$0,002(k + 30)$	$0,002(55 - k)$	$0,002(k + 25)$	$0,002(40 - k)$
$k + 10$	$0,002(50 - k)$	$0,002(k + 5)$	$0,002(80 - k)$	$0,002(k + 50)$

2) знайти математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкових величин X та Y ;

3) з'ясувати, чи залежні випадкові величини X та Y ;

4) побудувати умовний закон розподілу випадкової величини X за умови, що випадкова величина Y набуває значення $k+10$ та умовний закон розподілу випадкової величини Y за умови, що випадкова величина X набуває значення $k + 2$;

5) знайти умовні математичні сподівання $M(X/Y=k+10)$, $M(Y/X=k+2)$.

8. Неперервні випадкові величини

1. Неперервна випадкова величина задана щільністю розподілу $y = f(x)$.

Записати інтегральну функцію розподілу $y = F(x)$; визначити числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, а також $P(\alpha \leq X \leq \beta)$. Обчислити $M(-2X+5)$, $D(-2X+5)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \pi/6, \quad x > \pi/3; \\ 3 \sin 3x, & \pi/6 < x \leq \pi/3; \end{cases} \quad \alpha = 0; \quad \beta = \pi/4.$$

2. Визначити, чи є функція $F(x)$ функцією розподілу випадкової величини X ? Для випадку позитивної відповіді знайти ймовірність $P\left(\frac{\pi}{6} \leq X < \frac{\pi}{3}\right)$.

3. Щільність імовірності неперервної випадкової величини X має вигляд:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ Cx^2, & 0 \leq x \leq 2; \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Визначити константу C , побудувати функцію розподілу $F(x)$ і знайти ймовірність $P\{-1 \leq X \leq 1\}$.

Критерії оцінювання студентів за ІНДЗ:

оцінювання ІНДЗ здійснюється за **10 бальною** шкалою. Звіт про виконання ІНДЗ подається у вигляді виконаних на папері завдань.

Критерії оцінювання ІНДЗ

№ з/п	Критерії оцінювання роботи	Максимальна кількість балів за кожним критерієм
1.	Завдання 1. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
2.	Завдання 2. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
3.	Завдання 3. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
4.	Завдання 4. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
5.	Завдання 5. (у разі правильного виконання, наявності пояснень та обґрунтування висновків)	2 бали
Разом		10 балів

Політика оцінювання

Оцінювання навчальних досягнень здобувачів здійснюється за результатами поточного контролю та підсумкового модульного контролю (письмові модульні контрольні роботи). Форми контролю та бали за них прописані в останньому стовпці таблиці «Структура освітнього компонента».

Максимальна кількість балів, яку може заробити здобувач освіти під час поточного оцінювання за семестр – 40 балів. Робота здобувача на практичних заняттях оцінюється виходячи з компетентностей, проявлених ним на основі його самостійної роботи: здатності до автономної роботи та вміння шукати інформацію та послуговуватися нею, презентувати здобуті знання та проявляти комунікативну компетентність (вести дискусію, обстоювати власні міркування, брати участь у командній роботі). Здобувачам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю.

Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за дві модульні контрольні роботи (МКР). Максимальна кількість балів, яку може заробити здобувач освіти під час модульного контролю за семестр складає 60 балів.

Підсумкова семестрова оцінка виставляється без складання екзамену за результатами поточного і модульного контролю у випадку, якщо здобувач освіти успішно виконав усі завдання, передбачені силабусом, і набрав при цьому не менше 75 балів. В іншому разі здобувач освіти складає екзамен, при цьому, максимальна кількість балів, яку можна отримати на екзамені – 60. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Екзамен проходить у письмовій формі (тривалість 90 хв.). На нього виносяться основні питання, завдання, що потребують творчої відповіді та уміння синтезувати отриманні знання. У кожному екзаменаційному білеті міститься одне теоретичне питання, а також три практичних завдання. Оцінка за семестр є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час екзамену.

Письмові модульні контрольні роботи містять типові задачі відповідного змістового модуля і теоретичне питання з обґрунтуванням. ІНДЗ розв'язуються самостійно в позааудиторний час. Звіт про виконання ІНДЗ подається в електронному вигляді та складається з виконаних в Excel та належним чином оформлених запропонованих студенту завдань. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

Повторне складання екзамену допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДО ЕКЗАМЕНУ

1. Ймовірнісні простори. Випадкові події. Алгебра подій.
2. Аксиоми теорії ймовірностей. Властивості ймовірності. Теорема додавання ймовірностей.
3. Класичне означення ймовірності. Геометричні ймовірності.
4. Умовні ймовірності. Попарна незалежність подій та незалежність у сукупності.. Теорема множення ймовірностей.
5. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.
6. Послідовність незалежних випробувань (схема Бернуллі). Формула Бернуллі.
7. Найімовірніше число появ події в схемі Бернуллі.
8. Наближені формули Лапласа та Пуассона для ймовірностей успіхів у схемі Бернуллі.
9. Означення випадкової величини. Дискретні випадкові величини. Приклади. Розподіл дискретної випадкової величини та його властивість.
10. Випадкові величини загального вигляду. Функція та щільність розподілу та їх властивості.
11. Математичне сподівання. Означення. Властивості. Приклади.
12. Дисперсія. Означення. Властивості. Приклади. Математичне сподівання функції від випадкової величини.
13. Дискретний рівномірний розподіл, біноміальний розподіл, розподіл Пуассона, геометричний та гіпергеометричний розподіли та їх характеристики.
14. Рівномірний, експоненційний та нормальний розподіли та їх характеристики.
15. Лема та нерівність Чебишева.

16. Твірні (генератрис) та характеристичні функції та їх властивості
17. Закон великих чисел та його наслідки.
18. Центральна гранична теорема.
19. Випадкові вектори (система двох випадкових величин). Дискретні випадкові вектори, їх сумісний розподіл та його властивості. Знаходження розподілів компонент.
20. Умовні розподіли компонент випадкового вектору.
21. Незалежність компонент випадкового вектору. Попарна незалежність та незалежність у сукупності.
22. Умовне математичне сподівання та умовна дисперсія компонент випадкового вектору.

Шкала оцінювання знань здобувачів освіти з формою контролю – екзамен

Оцінка в балах	Лінгвістична оцінка	Оцінка за шкалою ECTS	
		оцінка	пояснення
90–100	Відмінно	A	відмінне виконання
82–89	Дуже добре	B	вище середнього рівня
75–81	Добре	C	загалом хороша робота
67–74	Задовільно	D	непогано
60–66	Достатньо	E	виконання відповідає мінімальним критеріям
1–59	Незадовільно	Fx	необхідне перескладання

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «ПОЛОЖЕННЯ про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» (<http://surl.li/nrtv>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://cutt.ly/KNUhX5f>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/YNUjtIT>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття.

Очікується, що всі здобувачі освіти відвідають усі лекції і лабораторні заняття курсу.

Визнання результатів навчання, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «ПОЛОЖЕННЯ про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення здобувача освіти з іншого навчального закладу; під час поновлення на навчання до ВНУ імені Лесі Українки; під час здобуття здобувачем освіти ступеня вищої освіти у двох і більше навчальних закладах або ОПП.

Підстава для визнання результатів навчання – це надана здобувачем освіти академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) здобувача освіти або додаток до диплому про попередню освіту. Рішення щодо зарахування

залікових кредитів, отриманих у формальній освіті, приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

По завершенню вивчення ОК «Теорія ймовірностей» здобувачам буде надано анкету з метою оцінювання якості викладання курсу.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен здобувач освіти повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/8NUhbhB>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання здобувачі освіти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, інформаційні матеріали на ресурсі Moodle (<https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>) виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання.

Прозвітуватися про виконання завдань можна у встановлені викладачем терміни під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Заборгованість із модуля повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії.

Перескладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література

МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Мекуш О.Г., Ханін О.Г. Елементи кореляційного та регресійного аналізу з використанням Excel: Методичні рекомендації. Луцьк: Вол. нац. ун-т імені Лесі Українки, 2021. 54 с.
2. Ханін О.Г. Деякі методи перевірки статистичних гіпотез та їх практичне застосування: Методична розробка до курсу теорії ймовірностей та математичної статистики. – Луцьк: Східноєвроп. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2018. 80 с.

Теоретичні основи

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. Київ: Центр учбової літератури, 2010. 424 с.

2. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.1. К.: КНЕУ, 2000. 304 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І., Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Ч.2. К.: КНЕУ, 2001. 336 с.
4. Кушлик-Дивульська О.І., Поліщук Н.В., Орел Б.П., Штабальок П.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч. посіб. К: НТУУ «КПІ», 2014. 212 с.
5. Медведєв М.Г., Пащенко І.О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Ліра-К., 2008. 536 с.
6. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.: Центр навчальної літератури, 2004. 448 с.
7. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Дніпропетровськ, ІМА-прес, 2014. 556 с.
8. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. – 192 с.

Збірники задач

1. Голомозий В.В., Карташов М.В., Ральченко К.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посібник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. 366 с.
2. Джалладова І.А., Валєєв К.Г. Збірник задач з теорії ймовірностей і математичної статистики. К.: КНЕУ, 2008. 352 с.
3. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Збірник задач і вправ з теорії ймовірностей і математичної статистики. Полтава: Довкілля-К, 2010. 728 с.
4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Х.: Гімназія, 2017. 272 с.
5. Хомяк М. Я. Теорія ймовірностей: Збірник завдань для модульних контрольних робіт. Луцьк: СЛУ ім. Лесі Українки, 2020. 22 с.

Погоджено

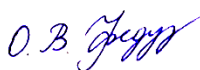
Гарант освітньо-професійної програми:
Швай



Ольга

**Силабус освітнього компонента затверджено на засіданні
кафедри математичного аналізу та статистики
протокол № 2 від 5 вересня 2023 р.**

Завідувач кафедри:



Оксана Федунік-Яремчук